



УДК 621.43.013  
ББК 39.52

## ОБОБЩЕННЫЙ РАСЧЕТ УРАВНОВЕШЕННОСТИ ДВИГАТЕЛЕЙ

*Е.А. Григорьев*

В статье представлена обобщенная математическая модель для расчета моментов и сил инерции вращающихся и поступательно движущихся масс двигателя. Полученные данные могут использоваться при исследовании колебаний двигателя.

**Ключевые слова:** многоцилиндровый двигатель, силы инерции, синусные и косинусные коэффициенты.

Уравновешенность и уравновешивание современных поршневых двигателей в значительной степени определяют не только их нагруженность, прочность и надежность основных систем и деталей, но и комфортабельность транспортных средств, на которых эти двигатели установлены. Однако существующие традиционные способы исследования уравновешенности носят зачастую частный характер и не позволяют рассмотреть все многообразие конструктивных схем коленчатых валов и кривошипно-шатунных механизмов (КШМ). Предлагаемый в статье обобщенный подход к решению данной задачи лишен этих недостатков.

Формулы для определения неуравновешенных сил и моментов многоцилиндрового двигателя получаем, исходя из расчетной схемы осевого кривошипно-шатунного механизма и следующих обозначений. Наклон цилиндров задается относительно вертикальной продольной плоскости углами, где  $\varepsilon_i$  – порядковый номер цилиндра. При отсчете по часовой стрелке принят положительный знак. Положение цилиндров в продольном направлении, отсчитываемое от середины первого кривошипа,  $y_{li}$ .

Расстояние между серединами первого кривошипа и кривошипного механизма задается координатой  $l$ , а между соседними кривошипами –  $a$ . Угол между кривошипами  $i$ -го и первого цилиндров определяется вели-

чиной  $\varphi_{li}$ . Таким образом можно задать любые схемы КШМ двигателя и аналитически определить для них неуравновешенные силы и моменты.

Выражения гармоник вертикальной и горизонтальной составляющих моментов сил инерции поступательно движущихся масс, полученные раньше [1], имеют вид:

$$M_{jkв} = m_n r \omega^2 a \lambda^{k-1} (A_{jkв} \cos k\varphi + B_{jkв} \sin k\varphi), (1)$$

$$M_{jkг} = m_n r \omega^2 a \lambda^{k-1} (A_{jkг} \cos k\varphi + B_{jkг} \sin k\varphi), (2)$$

где  $m_n$  – масса поступательно движущихся частей;

$r$  – радиус кривошипа;

$\omega$  – угловая скорость вращения коленчатого вала;

$\lambda$  – отношение радиуса кривошипа  $r$  к длине шатуна  $l$ ;

$k$  – порядок гармоник,

$j, в, г$  – поступательное движение, вертикальная и горизонтальная соответственно.

Косинусные и синусные коэффициенты:

$$A_{jkв} = a^{-1} \sum (l - y_{li}) \cos k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - \varepsilon_i) \cos \varepsilon_i;$$

$$B_{jkв} = -a^{-1} \sum (l - y_{li}) \sin k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - \varepsilon_i) \cos \varepsilon_i;$$

$$A_{jkг} = a^{-1} \sum (l - y_{li}) \cos k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - \varepsilon_i) \sin \varepsilon_i;$$

$$\hat{A}_{jkг} = -a^{-1} \sum (l - y_{li}) \sin k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - \varepsilon_i) \sin \varepsilon_i.$$

Равнодействующие вертикальной и горизонтальной составляющих векторов момента:

$$M_{jk} = \sqrt{M_{jkв}^2 + M_{jkг}^2} \quad (3)$$

Аналогичная картина получается при определении моментов центробежных сил инерции вращающихся масс (выражаются с индексом  $c$ ). Что касается определения неуравновешенных сил инерции вращающихся и поступательно движущихся масс, то для них получаются выражения такого же вида [1].

При обобщенном подходе составляющие сил инерции вращающихся и поступательно движущихся масс выразим следующим образом:

$$Q = m \Psi \Psi \omega^2 l^{k-1} (A \Psi \cos kj + B \Psi \sin kj), \quad (4)$$

где символы  $Q$ ,  $m$ ,  $A$  и  $B$  обозначают соответственно момент  $M$  или силу  $P$ , массу, косинусный и синусный коэффициенты. Используя индексы  $c, j$  получим значения центробежных сил инерции или поступательно движущихся масс.

Обобщенное выражение синусных и косинусных коэффициентов примем в следующем виде.

$$F = a^{-1} \sum (-1)^{v_1} (l - y_{li})^{v_2} \times \cos(k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - v_3 \varepsilon_i) - 90v_4) \cos^{v_5}(\varepsilon_i - 90v_6), \quad (5)$$

где коэффициенты  $v_1, v_2, \dots, v_6$  принимают значения 0 или 1. В таблице приведены их значения для косинусных и синусных коэффициентов различных составляющих сил и моментов, а также порядок гармоник  $k$ .

Прописными буквами обозначаются косинусные и синусные коэффициенты моментов, а строчными – сил.

Подставив в формулу (5) значения для соответствующих косинусных и синусных коэффициентов, взятые из таблицы, получим их выражения. Задав затем параметры КШМ

$(k, l, y_{li}, \varphi_{li}, \varepsilon)$ , будем иметь численные значения косинусных и синусных коэффициентов.

В качестве примера рассмотрим преобразование обобщенного выражения (5) в формулу косинусного коэффициента вертикальной составляющей момента сил инерции поступательно движущихся масс  $A_{jkв}$ . Для этого из таблицы возьмем соответствующие коэффициенты:  $v_1 = v_4 = v_6 = 0$  и  $v_2 = v_3 = v_5 = 1$ . В результате получаем:

$$A_{jkв} = a^{-1} \sum (l - y_{li}) \cos k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - \varepsilon_i) \cos \varepsilon_i, \quad (6)$$

то есть такую же формула, что и лежала в основе создания данного обобщенного метода. Задавшись соответствующими значениями, взятыми из таблицы для синусного коэффициента вертикальной составляющей момента сил инерции поступательно движущихся масс  $v_6 = 0$ , а  $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v_5 = 1$ , получим выражение:

$$B_{jkв} = -a^{-1} \sum (l - y_{li}) \sin k(\varphi_{li} + \varepsilon_1 - \varepsilon_i) \cos \varepsilon_i;$$

то есть такое же, как исходное. Взяв значения для других косинусных и синусных коэффициентов моментов и сил, получим их выражения.

Подставив значения косинусных и синусных коэффициентов в выражение (4) и заменив обобщенные силу и массу конкретными величинами  $M$  или  $P$  с соответствующими индексами, будем иметь интересующие формулы неуравновешенных моментов или сил.

При расчете уравновешенности приходится для определения косинусных и синусных коэффициентов вводить в программу 24 достаточно сложных формулы, что значительно затрудняет работу. Использование обобщенного подхода позволяет это избежать. Он также является основой для определения параметров уравновешивающего механизма и разработки его схемы.

Значения коэффициентов  $v_1, v_2, \dots, v_6$

$F$	$k$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$
$A_{св}/\alpha_{св}$	1	0	1/0	0	0	0	0
$B_{св}/\beta_{св}$	1	1	1/0	0	1	0	0
$A_{сг}/\alpha_{сг}$	1	0	1/0	0	1	0	0
$B_{сг}/\beta_{сг}$	1	0	1/0	0	0	0	0
$A_{jkв}/\alpha_{jkв}$	1/2	0	1/0	1	0	1	0
$B_{jkв}/\beta_{jkв}$	1/2	1	1/0	1	1	1	0
$A_{jkг}/\alpha_{jkг}$	1/2	0	1/0	1	0	1	1
$B_{jkг}/\beta_{jkг}$	1/2	1	1/0	1	1	1	1

Полученные выражения моментов и сил инерции вращающихся и поступательно движущихся масс двигателя могут использоваться при исследовании его колебаний.

Расчеты на основе представленной выше обобщенной математической модели на компьютере могут выполняться в автоматическом режиме с высокой скоростью.

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Григорьев, Е. А. Периодические и случайные силы, действующие в поршневом двигателе / Е. А. Григорьев. – М. : Машиностроение. – 272 с.
2. Двигатели внутреннего сгорания. Конструирование и расчет на прочность поршневых и комбинированных двигателей / Д. Н. Вырубов [и др.] / под ред. А. С. Орлина, М. Г. Круглова. – М. : Машиностроение, 1984. – 383 с.

### **THE GENERALIZED CALCULATION OF STEADINESS OF ENGINES**

*E.A. Grigoriev*

In article the generalized mathematical model for calculation of the moments and forces of inertia rotating is presented and is forward moving mass of the engine. The obtained data can be used at research of fluctuations of the engine.

**Key words:** *multicylinder engine, forces of inertia, sinus and kosinusny factors.*